18.Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $x^2 - 2x - 15 = 2|x - a + 3| - 16$ имеет ровно три различных решения.

Решение.

Преобразуем: $x^2 - 2x - 15 = 2|x - a + 3| - 16;$

$x^2 - 2x - 15 + 16 = 2|x - a + 3|;$

$x^2 - 2x + 1 = 2|x - a + 3|;$

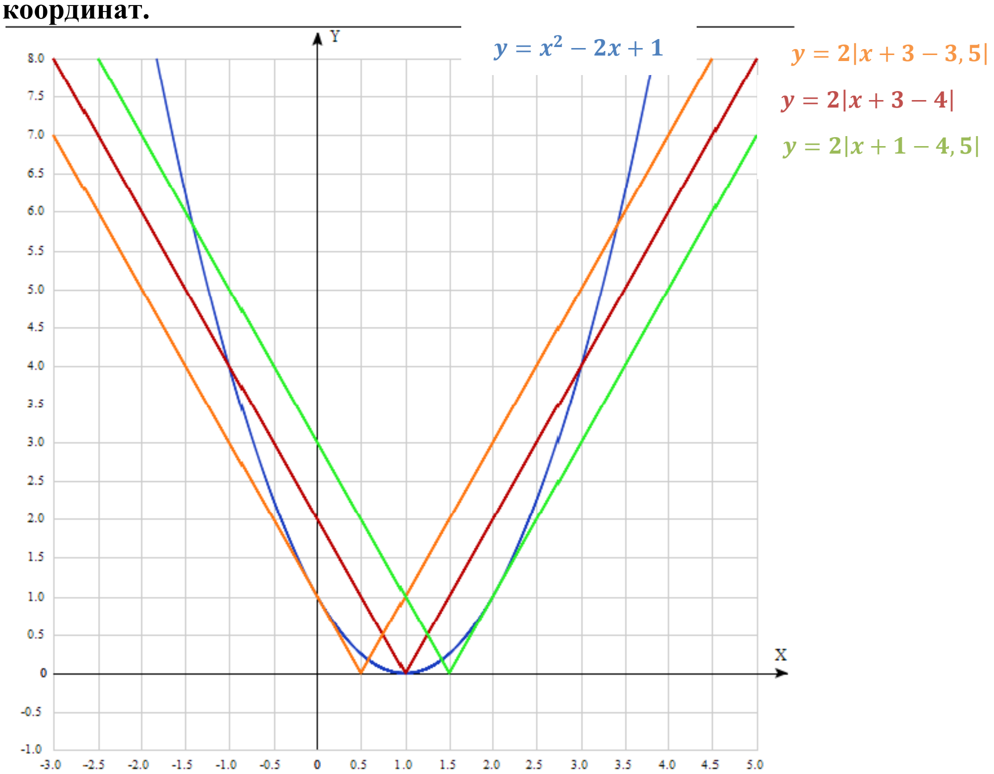
$(x - 1)^2 = 2|x - a + 3|.$

Построим графики функций:

Графиком функции $y = (x - 1)^2$ **является парабола, ветви которой направлены вверх и (1;0) - координаты вершины параболы.**

Графиком функции y=2$|x - a + 3|$ **является «галочка», находящаяся в верхней полуплоскости, перемещающаяся в зависимости от а по оси х-ов.**

Построим эти график функции $y = (x - 1)^2$ **и прямые при различных а в одной системе координат.**



1) **Наша «галочка» и парабола имеют три общие точки, если левая ветвь «галочки » касается параболы, а тогда правая – пересекает параболу в двух точках. Это возможно, если** $x - a + 3 < 0$ **получаем левую ветвь «галочки » и тогда**

$x^2 - 2x + 1 = -2(x - a + 3);$

$x^2 - 2x + 1 = -2x + 2a - 6;$

$x^2 + 7 - 2a = 0;$ **Один корень, если** $D_1 = 0$, **то**

$D_1 = 2a - 7 = 0;\ a = 3,5.$

Значит, при а=3,5 графики пересекаются в трех точках и уравнение $x^2 - 2x - 15 = 2|x - a + 3| - 16$ **имеет ровно три различных решения.**

2) **При а=4 каждая ветвь галочки пересекаются в одной точке и вершины совпадают. Значит, имеют три общие точки и уравнение** $x^2 - 2x - 15 = 2|x - a + 3| - 16$ **имеет ровно три различных решения.**

3) **Наша «галочка» и парабола имеют три общие точки, если правая ветвь «галочки » касается параболы, а тогда левая– пересекает параболу в двух точках. Это возможно, если** $x - a + 3 \geq 0$, **и**

$x^2 - 2x + 1 = 2(x - a + 3);$

$x^2 - 2x + 1 = 2x - 2a + 6;$

$x^2-4x+2a-5=0$. Уравнение имеет один корень, если $D_1=0$, то
$D_1=4+5-2a=9-2a=0$; $a=4,5$.
Поэтому, при а=4,5 графики пересекаются в трех точках, то уравнение $x^2-2x-15=2|x-a+3|-16$ имеет ровно три различных решения.
Вывод.
При $a<3{,}5$; $a>4{,}5$ уравнение имеет менее трех решений.
При $a=4, a=3,5$ и $a=4,5$ уравнение имеет ровно три различных решения.
При $a\in(3,5;4)\cup(4;4,5)$ уравнение имеет четыре решения.
Ответ. 3,5; 4; 4,5.