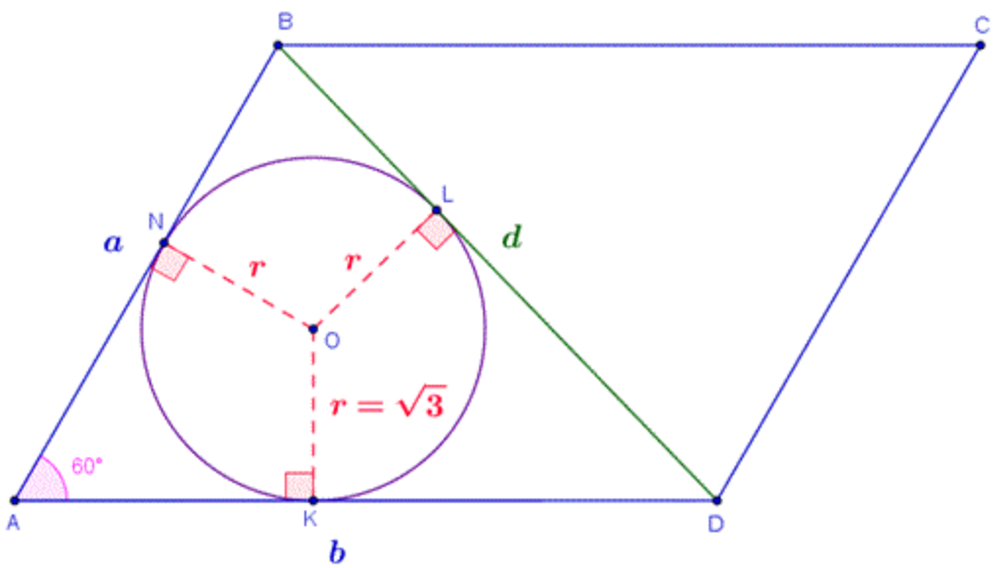
Вариант 102.

26. Периметр параллелограмма ABCD равен 30, а угол BAD равен 60°. В треугольник BCD вписана окружность радиуса $\sqrt{3}$.

Найдите площадь параллелограмма.



1. Обозначим $AB = a, AD = b, BD = d \Rightarrow a + b = \frac{P_{ABCD}}{2} = 15, S_{ABCD} = absin(60°) = 2S_{ABD} = 2p_{ABD} \cdot r = (a+b+d)\sqrt{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow ab = 2(a+b+d).$

2. $\Delta ABD \Rightarrow d^2 = a^2 + b^2 - 2abcos(60°) \Rightarrow d^2 = a^2 + b^2 - ab \Rightarrow d^2 = (a+b)^2 - 3ab \Rightarrow 3ab = (a+b+d)(a+b-d).$

3. $\begin{cases} a+b=15 \\ ab=2(a+b+d) \\ 3ab=(a+b+d)(a+b-d) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=15 \\ ab=2(a+b+d) \\ 6(a+b+d)=(a+b+d)(a+b-d) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=15 \\ ab=2(a+b+d) \\ a+b-d=6 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=15 \\ ab=48 \\ d=9 \end{cases} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{2}ab = (a+b+d)\sqrt{3} = 24\sqrt{3}.$

Ответ: $24\sqrt{3}$.