15. В-1 г. Брянск. Решите неравенство $1 + \log_2(9x^2+5) \le \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8x^4+14}$.

Ответ. $\left(-\infty; -\sqrt{2}\right] \cup \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \cup \left[\sqrt{2}; +\infty\right)$.

Решение.

ОДЗ. $\begin{cases} 9x^2+5>0 \\ 8x^4+14>0 \end{cases}$; $x \in R$.

$1 + \log_2(9x^2+5) \le \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8x^4+14}$;

$\log_2 2 + \log_2(9x^2+5) \le \log_{2^{0,5}}(8x^4+14)^{0,5}$;

$\log_2 2(9x^2+5) \le \log_2(8x^4+14)$; **т.к. 2>1, то $\log_2 t$ – возрастает и**

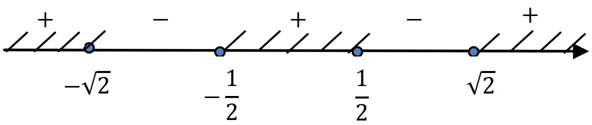
$2(9x^2+5) \le 8x^4+14$;

$8x^4 - 18x^2 + 4 \ge 0$;

$4x^4 - 9x^2 + 2 \ge 0$;

$4(x^2-2)\left(x^2-\frac{1}{4}\right) \ge 0$;

$4(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right) \ge 0$;



$x \in \left(-\infty; -\sqrt{2}\right] \cup \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \cup \left[\sqrt{2}; +\infty\right)$.