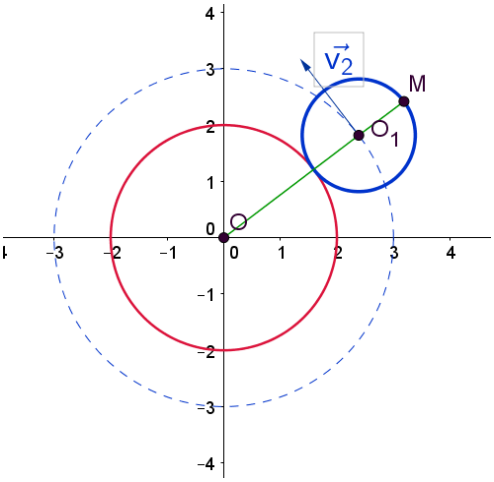
Задача №494. Виленкин. 10 класс. Углубление.

Обруч радиуса *r* катится без скольжения по обручу радиуса R > r, причём луч OO_1, соединяющий центры этих окружностей, описывает за единицу времени угол в 1 радиан. Определите положение в момент времени *t* точки *M*, если в начальный момент времени *t* = 0 она была точкой касания обеих окружностей и находилась на оси абсцисс. Разберите случаи, когда вторая окружность находится вне первой и когда она находится внутри неё. Отдельно рассмотрите случаи, когда *r* = *R*, *r* = *R*/2, *r* = *R*/4.

Решение:

Так как малый обруч катиться по большому без проскальзывания, то можно считать , что линейные скорости точек O_1 и M равны, движутся как единое целое по окружности радиуса $R + r$.

А угловые скорости этих точек разные. Угловая скорость точки O_1 равна: $\omega_2 = 1\frac{\text{рад}}{\text{с}}$. Найдем угловую скорость точки M.

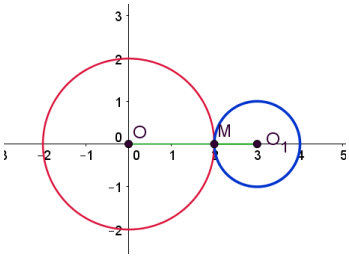


$v_1 = v_2$

$\omega_1 r = \omega_2(R + r)$

Итак, угловая скорость вращения точки M, по малому обручу.

$\omega_1 = \frac{R+r}{r}\omega_2$



Положение в момент времени *t* точки *M относительно центра* O_1 *равно* $x_{O_1} = rcos\omega_1 t$.

С учетом движения центра O_1 по окружности радиуса $R + r$, получим*:*

$x = (R + r)cost - rcos\frac{R+r}{r}t.$

