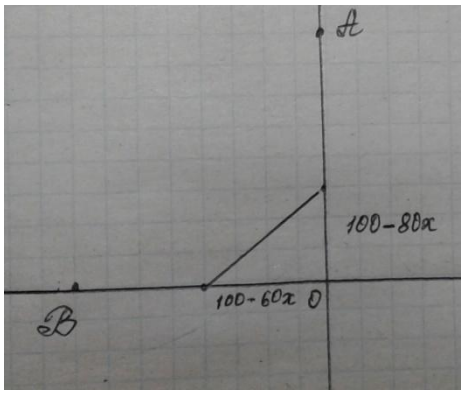
17 (19) ТР № 168. По двум взаимно перпендикулярным шоссе в направлении их пересечения одновременно начинают двигаться два автомобиля: один со скоростью 80 км/ч, другой – 60 км/ч. В начальный момент времени каждый автомобиль находится на расстоянии 100 км от перекрестка. Определите время после начала движения, через которое расстояние между автомобилями будет наименьшим. Какое это расстояние?

Ответ: 1,4 ч, 20 км.

Решение:

Изобразим взаимно перпендикулярные шоссе прямыми *AO* и *BO* (О – перекресток).



Пусть первый автомобиль движется по прямой *AO*, второй – по *BO*. (*AO* = *BO* = 100 км). За время *x* ч первый автомобиль преодолеет путь $80x$ км, а второй – $60x$ км. При этом каждому автомобилю останется преодолеть путь до перекрестка: первому $(100-80x)$ км, второму - $(100-60x)$ км.

В момент времени *x* расстояние между автомобилями в соответствии с теоремой Пифагора составит

$$f(x)=\sqrt{(100-80x)^2+(100-60x)^2}=\sqrt{20^2\left((5-4x)^2+(5-3x)^2\right)}=$$
$$=20\sqrt{25-40x+16x^2+25-30x+9x^2}=20\sqrt{25x^2-70x+50}.$$

То есть $f(x)=20\sqrt{25x^2-70x+50}.$ Эта функция, в силу возрастания функции типа $y=\sqrt{x}$ будет принимать наименьшее значение в той точке, в которой принимает наименьшее значение функция $g(x)=25x^2-70x+50.$ Как известно, такое значение функция $g(x)$ примет в точке $x_0=\frac{70}{50}=\frac{7}{5}=1{,}4$ (ч).

Осталось вычислить $f(x_0).$

$$f(x_0)=20\sqrt{25\cdot\frac{49}{25}-70\cdot\frac{7}{5}+50}=20\sqrt{49-98+50}=20\cdot1=20.$$