

**23. Постройте график функции  $y = x^2 - |4x + 5|$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y=m$  имеет с графиком ровно три общие точки.**

Решение.

Сначала раскроем модуль.

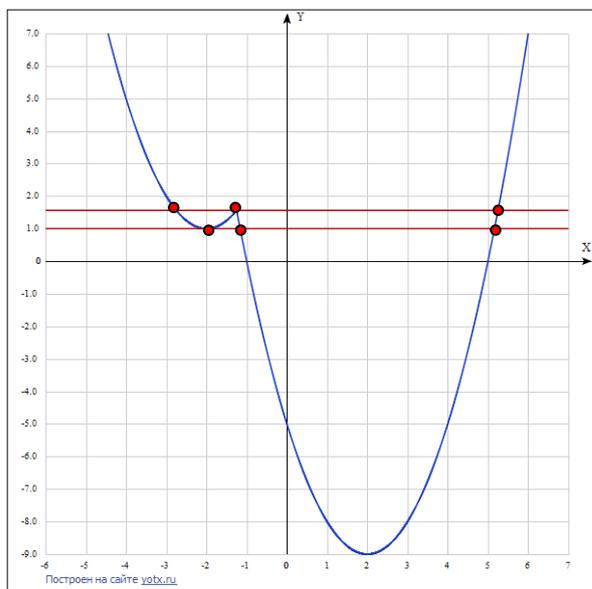
$$4x + 5 = 0; \quad x = -\frac{5}{4}.$$

Если  $x < -\frac{5}{4}$ , то  $|4x + 5| = -4x - 5$ , имеем  $y = x^2 + 4x + 5$ . Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх. Координаты вершины параболы:  $x_0 = -\frac{b}{2a} = -2$ ;  $y_0 = 4 - 8 + 5 = 1$ , т.е.  $(-2; 1)$ . Строим график функции  $y = x^2 + 4x + 5$  для  $x < -\frac{5}{4}$ .

Если  $x \geq -\frac{5}{4}$ , то  $|4x + 5| = 4x + 5$ , имеем  $y = x^2 - 4x - 5$ . Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх. Координаты вершины параболы:  $x_0 = -\frac{b}{2a} = 2$ ;  $y_0 = 4 - 8 - 5 = -9$ , т.е.  $(2; -9)$ . Строим график функции  $y = x^2 - 4x - 5$  для  $x \geq -\frac{5}{4}$ .

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 5, & \text{при } x < -\frac{5}{4}, \\ x^2 - 4x - 5 & \text{при } x \geq -\frac{5}{4}. \end{cases}$$

При  $x = -\frac{5}{4}$ ;  $y = \frac{25}{16} - 5 + 5 = \frac{25}{16}$ .



Прямые  $y = 1$  и  $y = \frac{25}{16}$  с данным графиком имеют по три общих точки. Значит,  $m = 1$  и  $m = \frac{25}{16}$ .

Ответ. 1 и  $\frac{25}{16}$ .