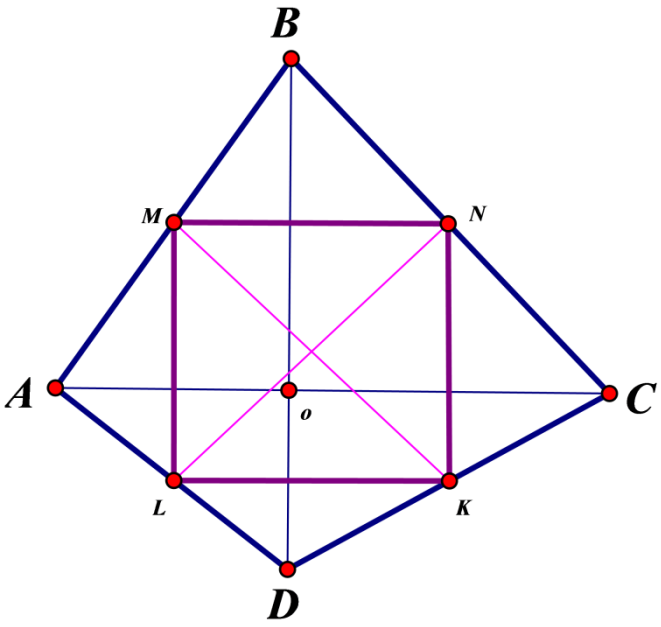
25. Докажите, что если отрезки, соединяющие середины противоположных сторон четырехугольника равны, то его диагонали перпендикулярны.

Доказательство.



Пусть *M, N,K,L* — середины сторон соответственно *AB, BC, CD, DA* четырёхугольника *ABCD*. Тогда MN – средняя линия треугольника ABC и $MN \parallel AC$, KL – средняя линия треугольника ADC и $KL \parallel AC$. Отсюда, $MN \parallel KL$.

Аналогично, ML – средняя линия треугольника ABD и $ML \parallel BD$, NK – средняя линия треугольника BCD и $NK \parallel BD$. Отсюда, $ML \parallel NK$.

По определению MNKL – параллелограмм, но по условию MK=NL, поэтому MNKL-прямоугольник. Тогда $MN \perp NK$, но MN и NK параллельны сторонам AC и BD, значит и $AC \perp BD$.■