Задача 15. Тренировочный вариант 197 Александра Ларина.

Решить неравенство $\dfrac{4^{\sqrt{x-1}}-5\cdot 2^{\sqrt{x-1}}+4}{\log_2^2(7-x)}\ge 0$.

Решение:

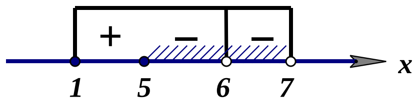
Преобразуем данное неравенство:

$\dfrac{4^{\sqrt{x-1}}-5\cdot 2^{\sqrt{x-1}}+4}{\log_2^2(7-x)}\ge 0\Leftrightarrow \dfrac{2^{2\sqrt{x-1}}-5\cdot 2^{\sqrt{x-1}}+4}{\log_2^2(7-x)}\ge 0\Leftrightarrow \dfrac{\left(2^{\sqrt{x-1}}-1\right)\left(2^{\sqrt{x-1}}-4\right)}{\log_2^2(7-x)}\ge 0$ Решим полученное неравенство с помощью обобщённого метода интервалов. Для этого рассмотрим функцию $f(x)=\dfrac{\left(2^{\sqrt{x-1}}-1\right)\left(2^{\sqrt{x-1}}-4\right)}{\log_2^2(7-x)}$

1. $D(f)\Leftrightarrow \begin{cases} x-1\ge 0\\ 7-x>0\\ \log_2^2(7-x)\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}1\le x<7\\ x\ne 6\end{cases}\Leftrightarrow x\in[1;6)\cup(6;7)$

2. $f(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{\sqrt{x-1}}=1\\ 2^{\sqrt{x-1}}=4\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{\sqrt{x-1}}=2^0\\ 2^{\sqrt{x-1}}=2^2\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x-1}=0\\ \sqrt{x-1}=2\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\\ x=5\end{array}\right.$

Отметим полученные точки на координатной прямой и расставим знаки на получившихся промежутках:



Ответ: $x\in\{1\}\cup[5;6)\cup(6;7)$.