Задача 13. Тренировочный вариант 202 Александра Ларина.

13. Дано уравнение $\dfrac{2}{\cos(\pi - x)} - \operatorname{tg}^2 x = 1$

а) Решите уравнение

б) Найдите все корни, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

Решение:

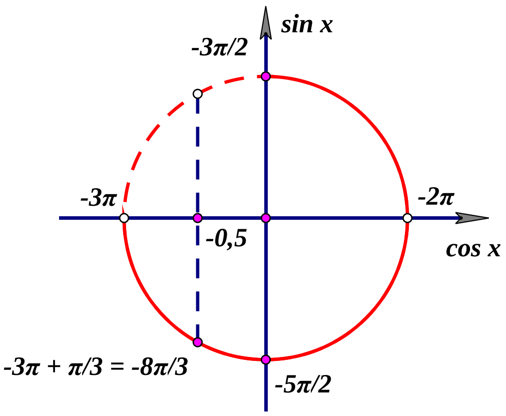
а) Преобразуем исходное уравнение, используя формулы приведения и определение тангенса:

$$\frac{2}{\cos(\pi - x)} - \operatorname{tg}^2 x = 1 \Leftrightarrow -\frac{2}{\cos x} - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{-2\cos x - \sin^2 x - \cos^2 x}{\cos^2 x} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{-(\sin^2 x + \cos^2 x) - 2\cos x}{\cos^2 x} = 0 \Leftrightarrow \frac{-1 - 2\cos x}{\cos^2 x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - 2\cos x = 0 \\ \cos^2 x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -0,5 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x = -0,5 \Leftrightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

б) Отберём корни на промежутке $\left[-3\pi; -\dfrac{3\pi}{2}\right]$ с помощью тригонометрического круга:



$$x = -3\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{-9\pi + \pi}{3} = -\frac{8\pi}{3}$$

Ответ: а) $x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ б) $x = -\dfrac{8\pi}{3}$.