№15, вар. 232.

Решить нер-во: $\sqrt{\log_3(3x^2-4x+2)+1} > \log_3(3x^2-4x+2)$.

Решение. $\log_3(3x^2-4x+2) = \frac{1}{2}\log_3(3x^2-4x+2)$.

ОДЗ: $\log_3(3x^2-4x+2) \geq 0$; $3x^2-4x+2 \geq 1$; $3x^2-4x+1 \geq 0$; $x_{1,2} = \frac{2\pm\sqrt{4-3}}{3} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$ ⇒

ОДЗ: $x \in (-\infty; \frac{1}{3}] \cup [1; +\infty)$. Пусть $\log_3(3x^2-4x+2) = t^2$, $t \geq 0$.

Данное нер-во: $\sqrt{\frac{1}{2}t^2+1} > t$; $\sqrt{\frac{1}{2}t^2} > t-1$;

1) $t-1<0$; Решение получим из системы $\begin{cases} t \geq 0 \\ t < 1 \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \leq \frac{1}{3} \\ x \geq 1 \end{array}\right. \\ \log_3(3x^2-4x+2) < 1, \\ 3x^2-4x+2 < 3. \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \leq \frac{1}{3} \\ x \geq 1 \end{array}\right. \\ 3x^2-4x-1<0; \ x \in \left(\frac{2-\sqrt{7}}{3}; \frac{2+\sqrt{7}}{3}\right). \end{cases}$ ⇒ в отв. $\left(\frac{2-\sqrt{7}}{3}; \frac{1}{3}\right] \cup \left[1; \frac{2+\sqrt{7}}{3}\right)$ (1).

$x_{1,2} = \frac{2\pm\sqrt{7}}{3}$

Т.к. лев. часть ≥ 0, а правая < 0. нер-во верно в ОДЗ при усл. $t < -1$.

2) $t-1 \geq 0$; $t \geq 1$; $\left(\sqrt{\frac{1}{2}t^2}\right)^2 > (t-1)^2$; $\frac{1}{2}t^2 > t^2-2t+1 \mid \cdot 2$; $2t^2-5t+2 \leq 0$;

$t_{1,2} = \frac{5\pm\sqrt{25-16}}{4} = \frac{5\pm3}{4} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 2 \end{bmatrix}$ След., решение $1 \leq t < 2$; $1 \leq \log_3(3x^2-4x+2) < 2$;

$3 \leq 3x^2-4x+2 < 9$ $\begin{cases} 3x^2-4x-7<0, \\ 3x^2-4x-1 \geq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x \in (-1; \frac{7}{3}) \\ \left[\begin{array}{l} x \leq \frac{2-\sqrt{7}}{3} \\ x \geq \frac{2+\sqrt{7}}{3} \end{array}\right. \end{cases}$ Т.к. $2 < \sqrt{7} < 3$, то $-1 < \frac{2-\sqrt{7}}{3}$ и $\frac{7}{3} > \frac{2+\sqrt{7}}{3}$.

$3x^2-4x-7=0$

$x_{1,2} = \frac{2\pm\sqrt{4+21}}{3} = \frac{2\pm5}{3} = \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{7}{3} \end{bmatrix}$

в отв. $(-1; \frac{2-\sqrt{7}}{3}] \cup [\frac{2+\sqrt{7}}{3}; \frac{7}{3})$ (2).

Объединяя (1) и (2), получим ответ: $x \in (-1; \frac{1}{3}] \cup [1; \frac{7}{3})$.

2018 4 11