17. На счет, который вкладчик имел в начале первого квартала, начисляется в конце этого квартала $r_1\%$, а на счет, который вкладчик имел в начале второго квартала, начисляется в конце этого квартала $r_2\%$, причем $r_1 + r_2 = 150\%$. Вкладчик положил на счет в начале первого квартала некоторую сумму и снял в конце того же квартала половину этой суммы. При каком значении r_1 счет вкладчика в конце второго квартала окажется максимально возможным?

Решение.

Пусть S_0 – первоначальная сумма на счёте; $r_1 = x$, тогда $r_2 = 150 - x$.

После начисления % в конце 1-го квартала на счету окажется: $S_0 + 0{,}01xS_0$;

После снятия половины первоначальной суммы: $S_0 + 0{,}01xS_0 - 0{,}5S_0 = S_0(0{,}5 + 0{,}01x) = S_1$;

После начисления % в конце 2-го квартала на счету окажется:

$$S_1 + 0{,}01(150 - x)S_1 = S_1(1 + 1{,}5 - 0{,}01x) = S_0(0{,}5 + 0{,}01x)(2{,}5 - 0{,}01x) = \frac{S_0}{10000}(50 + x)(250 - x).$$

Так как $\frac{S_0}{10000} = const$, задача сводится к тому, чтобы найти, при каком значении переменой x функция $S(x) = (50 + x)(250 - x)$ достигает своего наибольшего значения на отрезке $[0; 150]$.

Графиком функции является парабола, ветви направлены вниз, вершина параболы $x_0 = \frac{250-50}{2} = 100 \in [0; 150] \Rightarrow$ наибольшее значение функции на указанном отрезке достигается в вершине (единственная точка экстремума и это точка максимума) $\Rightarrow r_1 = 100\ (\%)$.

Ответ: 100.