

Вариант 1.

1. Поле имеет форму прямоугольника. На одной из его сторон, на расстоянии до ближайшего угла, равном $\frac{1}{10}$ этой стороны, стоит столб. Если пойти от столба до самого дальнего угла по границе поля (по двум сторонам), то на это уйдет 1 ч 3 мин; если же пойти напрямик, то потребуется только 45 мин. Чтобы пройти поле из угла в угол по диагонали, нужно более 48 мин.

За сколько минут можно дойти от столба до ближайшего угла (скорость ходьбы всегда одна и та же)?

2. Выпуклый четырехугольник $ABCD$, диагонали которого взаимно перпендикулярны, вписан в окружность. Перпендикуляры, опущенные на сторону AD из вершин B и C , пересекают диагонали AC и BD в точках E и F , соответственно. Отрезок EF равен 1 см. Найти EF .

3. Найти все значения x , удовлетворяющие одновременно следующим условиям:

$$\begin{aligned} \cos 13x &= \cos x, \\ \cos 2x + \sin 5x &= 1, \end{aligned}$$

$$|x| < 3.$$

4. Прямоугольные проекции плоского четырехугольника на две взаимно перпендикулярные плоскости являются квадратами со сторонами 2. Найти периметр четырехугольника, зная, что одна из его сторон равна $\sqrt{5}$.

Вариант 2.

1. Пункты A и B находятся на дорогах, пересекающихся под углом $ACB = 60^\circ$. Из пункта A в B можно доехать на автобусе — сначала по одной дороге до перекрестка C , потом по другой, затратив 11 мин. Если пойти из A в B пешком напрямик, то это займет 1 ч 10 мин, а если сначала дойти кратчайшим путем до дороги, на которой стоит пункт B , а затем подъехать на автобусе, то еще больше времени, даже если на автобус удастся сесть сразу. Каково расстояние от пункта A до перекрестка, если скорость пешехода равна 3 км/ч, а скорость автобуса — 30 км/ч? (Дороги считать прямыми.)

2. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) проведены биссектрисы AD , BE , CF . Найти BC , если известно, что $AC = 1$ м, а вершина A лежит на окружности, проходящей через точки D , E , F .

3. Найти все значения, удовлетворяющие одновременно следующим условиям:

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos^2 5x = \cos^2 3x, \\ \cos 5x + \sin 3x = 1, \\ |x| < 6. \end{array} \right.$$

4. Прямоугольные проекции плоского четырехугольника на две взаимно перпендикулярные плоскости являются квадратами со сторонами 2. Одна из диагоналей четырехугольника равна $\sqrt{14}$. Найти другую диагональ.

Вариант 3.

1. Пункты A и B находятся на двух шоссе, пересекающих друг друга под углом $ACB = 120^\circ$. Если идти из A в B сначала по первому шоссе до перекрестка C , а потом по второму, то потребуется 5 ч. Туристы идут из A в B напрямик, без дороги и проделывают путь за 6,5 ч. Если туристы пойдут без дороги напрямик от A до середины D отрезка шоссе CB , то они затратят на путь AD более 5 ч. Сколько времени нужно, чтобы дойти от A по шоссе до перекрестка C , если скорость ходьбы без дороги в 1,5 раза меньше, чем скорость ходьбы по шоссе? (Шоссе считать прямыми.)

2. Выпуклый четырехугольник $KLMN$ вписан в окружность. Перпендикуляры, опущенные из вершин K и N на сторону LM , пересекают диагонали LN и KM , соответственно, в точках P и Q , расстояние между которыми равно 2 м. Найти KN , если известно, что диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны.

3. Найти все значения x , удовлетворяющие одновременно следующим условиям:

$$\begin{aligned} \cos 11x &= \cos x, \\ \sin x - \cos 4x &= 1, \end{aligned}$$

$$|x| < 6.$$

4. Прямоугольные проекции треугольника ABC на две взаимно перпендикулярные плоскости являются равнобедренными прямоугольными треугольниками $A'B'C'$ и $A''B''C''$ с гипотенузами $A'C' = A''C'' = 4$. Найти BC , зная, что $AB = \sqrt{10}$.

Вариант 4.

1. В пунктах A и B от реки отходят два канала, пересекающиеся друг с другом под прямым углом. Катер идет от A до B по реке 1 ч 15 мин, а по каналам — 1 ч 10 мин. Из пункта C на реке, находящегося между A и B , в полтора раза ближе к A , чем к B , до точки пересечения каналов можно доехать напрямик на автомобиле менее чем за 13 мин. Сколько времени катер идет от A до точки пересечения каналов, если скорость движения катера по реке на $\frac{1}{3}$ меньше, а скорость автомобиля вдвое больше, чем скорость движения катера по каналу? (Реку и каналы считать прямыми.)

2. В равнобедренном треугольнике KLM ($KL = KM$) проведены биссектрисы KN , LP , MQ . Известно, что вершина K лежит на окружности, проведенной через точки N , P , Q . Найти KM , если $KP = 2$ м.

3. Найти все значения x , удовлетворяющие одновременно следующим условиям:

$$2 \cos^2 9x = 1 + \cos 10x,$$

$$\cos 9x + \sin 5x = 1,$$

$$|x| < 5.$$

4. Прямоугольные проекции треугольника ABC на две взаимно перпендикулярные плоскости являются правильными треугольниками со сторонами, равными 1. Медиана AD треугольника ABC равна $\sqrt{\frac{9}{8}}$. Найти BC .