17 (19). Без номера . С сайта А.Ларина. Федя взял в банке кредит под некоторый процент годовых 31 декабря 2010 года. Схема выплаты кредита следующая. 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е.увеличивает долг на *a* %), затем Федя переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 328 050 рублей, то выплатит долг за 4 года, если по 587 250 рублей, то за 2 года. Под какой процент Федя взял деньги в банке?

Ответ: 12,5 %

Решение:

Пусть сумма кредита Феди составляет S руб. И сумма ежегодного транша Φ руб.

Для удобства в расчетах введем обозначение $m = 1 + 0{,}01,$ где $m -$ коэффициент увеличения долга Феди.

Год	Сумма долга на начало отчетного года (с учетом увеличения)	Сумма транша	Сумма долга к концу отчетного года
1	Sm	Ф	$Sm - \Phi$
2	$(Sm - \Phi)\cdot m = Sm^2 - \Phi m$	Ф	$Sm^2 - \Phi m - \Phi$
3	$(Sm^2 - \Phi m - \Phi)m = Sm^3 - \Phi m^2 - \Phi m$	Ф	$Sm^3 - \Phi m^2 - \Phi m - \Phi$
4	$(Sm^3 - \Phi m^2 - \Phi m - \Phi)m = Sm^4 - \Phi m^3 - \Phi m^2 - \Phi m$	Ф	$Sm^4 - \Phi m^3 - \Phi m^2 - \Phi m - \Phi$

Согласно условию задачи: $Sm^4 - \Phi m^3 - \Phi m^2 - \Phi m - \Phi = 0,$ т.е.

$$\Phi m^3 - \Phi m^2 - \Phi m - \Phi = Sm^4; \qquad \Phi_4 = \frac{Sm^4}{m^3 + m^2 + m + 1},$$

(Здесь $\Phi_4 -$ сумма ежегодного транша, если Федя с долгами рассчитается за 4 года).

На тот случай, если Федя рассчитается с банком за 2 года, то, очевидно, сумма ежегодного транша Феди будет выражена формулой $\Phi_2 = \dfrac{Sm^2}{m+1}.$

Таким образом, имеем: $\dfrac{Sm^2}{m+1} = 587250$ (*) $\quad \dfrac{Sm^4}{m^3 + m^2 + m + 1} = 328050$ (**)

Разделим почленно уравнение (*) на уравнение (**).

$$\frac{Sm^2 \cdot (m^2(m+1) + (m+1))}{Sm^4(m+1)} = \frac{587250}{328050}; \quad \frac{m^2(m+1) + (m+1)}{m^2(m+1)} = \frac{58725}{32805};$$

$$\frac{(m+1)(m^2+1)}{m^2(m+1)} = \frac{58725}{32805}; \quad \frac{m^2+1}{m^2} = \frac{58725}{32805}; \quad 1 + \frac{1}{m^2} = 1 + \frac{25920}{32805}; \quad m^2 = \frac{32805}{25920}; \quad m^2 = \frac{81}{64};$$

Найдем положительный корень последнего уравнения. $m = \dfrac{9}{8}.$ Итак, $1 + 0{,}01a = \dfrac{9}{8};$

$0{,}01a = \dfrac{1}{8};\ a = \dfrac{100}{8};\ a = 12{,}5.$

32805 = 5*6561 = 5*9*729 = 5*9*9*81 = 5*9*9*9*9;

25920 = 5*5184 = 5*9*576 = 5*9*9*64.