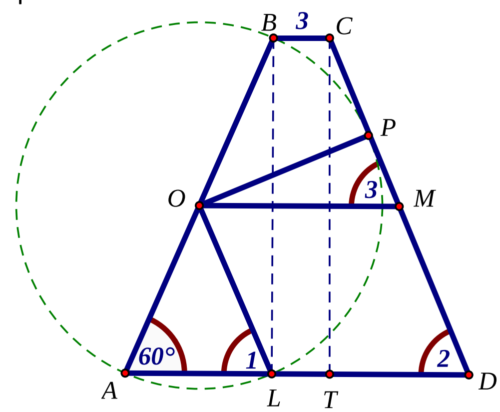
№16 вариант 377.

16. Дана равнобедренная трапеция ABCD с основаниями AD и BC. Окружность с центром O, построенная на боковой стороне AB как на диаметре, касается боковой стороны CD и второй раз пересекает основание AD в точке L, точка M – середина CD.

а) Докажите, что четырехугольник DLOM - параллелограмм.

б) Найдите AD, если $\angle BAD = 60^0$, $BC = 3$.



Решение.

а)$OM \parallel LD$, т. к. OM − средняя линия $ABCD$. Трапеция $ABCD$ равноб. и $\angle 2 = \angle A$; $OA = OL = R$, где R − радиус окружности. ΔAOL равноб. и $\angle 1 = \angle A$. Тогда $\angle 1 = \angle 2$, а это соответственные углы при прямых OL и CD и секущей AD. Следов., $OL \parallel MD$. Следов., $OL \parallel MD$.
Имеем: $OM \parallel LD$, $OL \parallel MD$, следов., $DLOM$ − параллелограмм .

б)AB − диаметр окружности, следов., $\angle ALB = 90°$и BL − высота трапеции. Проведем $CT \perp AD$.

Тогда $LT = BC = 3$; $\Delta ABL = \Delta DCT$ по гипотенузе и острому углу, следов., $DT = AL$.

ΔOAL равнобедренный, $\angle A = 60°$, следов., ΔOAL равносторонний , $AL = R$ и $AD = 2R + 3$,

$OM = DL = R + 3$. P − точка касания окружности со стороной CD и $OP \perp CD$; $\angle 3 = \angle 2 = 60°$ как

соответственные при $OM \parallel DL$ и секущей CD. Тогда из ΔOPM $OM = \dfrac{OP}{sin60°} = \dfrac{2R}{\sqrt{3}}$, т. е. $R + 3 = \dfrac{2R}{\sqrt{3}}$,

откуда $R = 6\sqrt{3} + 9$ и $AD = 2R + 3 = 12\sqrt{3} + 21 = 3(4\sqrt{3} + 7)$.

Ответ: б)$\mathbf{3(4\sqrt{3} + 7)}$.