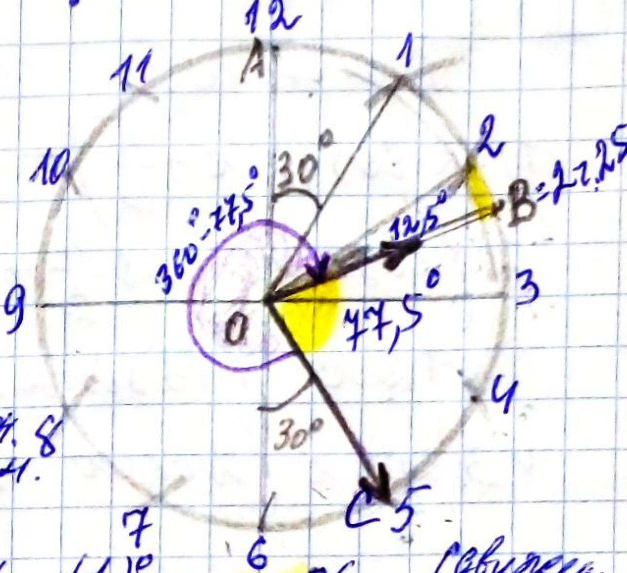
№8, вар.378. Часы показывают 2ч 25мин.

Через сколько минут минутная стрелка в 9-й раз поравняется с часовой?

Решение.



циферблат цифрами разбит на 12 секторов, центральные углы которых $\alpha = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$, минутная стрелка дугу одного сектора проходит за 5 мин $\Rightarrow V_{мин.ср.} = \frac{30^\circ}{5 мин} = 6^\circ/мин.$

Часовая стрелка — за 1ч = 60 мин. $\Rightarrow V_{час.ср.} = \frac{30^\circ}{60 мин} = \left(\frac{1}{2}\right)^\circ/мин$

Скорость сближения $V_{сбл.} = 6^\circ/мин - \left(\frac{1}{2}\right)^\circ/мин = 5{,}5^\circ/мин$ (движение вдогонку)

Т. В — 2ч 25м. От положен. 2ч до т. В часовая (25 мин) стрелка повернётся на $\left(\frac{1}{2}\right)^\circ \cdot 25 = 12{,}5^\circ \Rightarrow \angle AOB = 60^\circ + 12{,}5 = 72{,}5^\circ$, а угол между стрелками $\angle BOC = 150^\circ - 72{,}5^\circ = 77{,}5^\circ$. Следоват. начальный путь S_0 между мин. и часовой стрелкой (для 1-го сближения) $S_0 = 360^\circ - 77{,}5^\circ$, а весь путь для 9-ти кратного сближения будет $S = S_0 + 360^\circ \cdot 8$. Следоват. искомое время

$$T = \frac{S}{V_{сбл.}} = \frac{(360^\circ - 77{,}5^\circ) + 360^\circ \cdot 8}{5{,}5^\circ/мин} = \frac{360^\circ \cdot 9 - 77{,}5^\circ}{5{,}5} =$$

$$= \frac{3240^\circ - 77{,}5^\circ}{5{,}5^\circ/мин} = \frac{3162{,}5^\circ}{5{,}5^\circ/мин} = 575 мин. \text{ — ответ.}$$

№14, вар. 378. Решить неравенство:

$$\frac{36^x-6^{x+1}+3}{6^x-5}+\frac{6^{x+1}-39}{6^x-7}\le 6^x+5.$$

Решение. Сделаем замену $6^x=t$, получим

$\frac{t^2-6t+3}{t-5}+\frac{6t-39}{t-7}\le t+5$. В левой части нер-ва неправильные рац. дроби (степень числ. $\ge$ ст. знам.) Преобразуем эти дроби, выделив целую часть

$$\frac{t^2-6t+3}{t-5}=\frac{(t^2-5t)-(t-5)-2}{t-5}=\frac{t(t-5)-(t-5)-2}{t-5}=$$

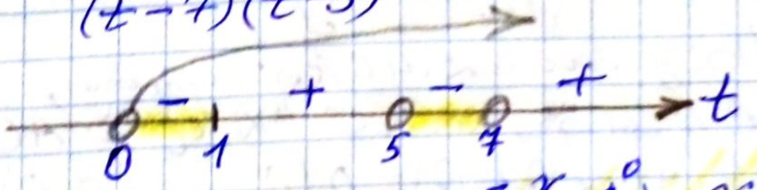
[поделим почленно) $=t-1-\frac{2}{t-5}$;

$$\frac{6t-39}{t-7}=\frac{(6t-42)+3}{t-7}=\frac{6(t-7)+3}{t-7}=6+\frac{3}{t-7}.$$

Данное нер-во: $\cancel{t}-\cancel{1}-\frac{2}{t-5}+\cancel{6}+\frac{3}{t-7}-\cancel{t}-\cancel{5}\le 0$

$\frac{3}{t-7}-\frac{2}{t-5}\le 0$; $\frac{3t-15-2t+14}{(t-7)(t-5)}\le 0$

$$\begin{cases}\frac{t-1}{(t-7)(t-5)}\le 0\\ t>0\ (\text{показат. ф-ция})\end{cases}$$



$\left[\begin{array}{l}0<t\le 1\\ 5<t<7\end{array}\right.$, Вернёмся к x: $\left[\begin{array}{l}6^x\le 1\\ 5<6^x<7\end{array}\right.$, $\left[\begin{array}{l}6^x\le 6^0\Rightarrow x\le 0\\ \log_6 5<x<\log_6 7,\end{array}\right.$

осн. $6>1\Rightarrow$ знак для ф-ции и для аргументов не меняется.

Ответ: $x\in(-\infty;0]\cup[\log_6 5;\log_6 7)$.